

Examenul național de bacalaureat 2021

Proba E. c)

Matematică M_șt-nat

Varianta 2

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de trei ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- 5p** 1. Determinați al treilea termen al progresiei geometrice $(b_n)_{n \geq 1}$, știind că $b_1 = 2$ și $b_2 = 6$.
- 5p** 2. Se consideră funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 7$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x - 7$. Calculați $(f \circ g)(7)$.
- 5p** 3. Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\sqrt{2x-1} = x-2$.
- 5p** 4. Calculați probabilitatea ca, alegând un număr n din mulțimea numerelor naturale de o cifră, acesta să verifice inegalitatea $n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4) > 0$.
- 5p** 5. În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(1,1)$, $B(-1,0)$, $C(3,5)$ și $D(5,6)$. Demonstrați că punctele B , D și mijlocul segmentului AC sunt coliniare.
- 5p** 6. Determinați $x \in (0, \pi)$, știind că $(\sin x - \cos x)^2 = 2$.

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră matricele $I_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ și $A(a) = \begin{pmatrix} 1+2^a & 2^a \\ -2^a & 1-2^a \end{pmatrix}$, unde a este număr real.
- 5p** a) Arătați că $\det(A(0)) = 1$.
- 5p** b) Arătați că $A(1) + A(2) - A(1) \cdot A(2) = I_2$.
- 5p** c) Se consideră numerele naturale m și n , astfel încât $A(m) \cdot A(n) = A(m+n)$. Arătați că $m = n = 1$.
2. Pe mulțimea numerelor reale se definește legea de compoziție $x * y = x^2 + y^2 + x + y$.
- 5p** a) Arătați că $(-1) * (-1) = 0$.
- 5p** b) Demonstrați că $x * y = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2}$, pentru orice numere reale x și y .
- 5p** c) Determinați mulțimea valorilor reale ale lui x pentru care $x^2 * x^2 \leq 4$.

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră funcția $f: (-2, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2 + 4x - \frac{1}{2} \ln(x+2)$.
- 5p** a) Arătați că $f'(x) = \frac{(2x+3)(2x+5)}{2(x+2)}$, $x \in (-2, +\infty)$.
- 5p** b) Calculați $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 4x - f(x)}{x}$.
- 5p** c) Demonstrați că $x^2 + 4x + \frac{15}{4} \geq \frac{1}{2} \ln(2x+4)$, pentru orice $x \in (-2, +\infty)$.
2. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 1 + \frac{2}{x^2 + 1}$.
- 5p** a) Arătați că $\int_0^3 (x^2 + 1) f(x) dx = 18$.
- 5p** b) Arătați că $\int_1^3 x f(x) dx = 4 + \ln 5$.
- 5p** c) Demonstrați că $F(x+1) \geq F(x) + 1$, pentru orice număr real x , unde F este o primitivă a lui f .